meet math

בא בחשבון

מוזיאון המדע
ע"ש בלומפילד
ירושלים

متحف العلوم
على اسم بلومفيلد
القدس

Bloomfield
Science Museum
Jerusalem

המתמטיקה סובבת אותנו מכל עבר. היא משמשת אותנו במכולת וכדי להנחית אדם על הירח. אנו מעריצים אותה ושונאים אותה כאחד. אך מהי בדיוק המתמטיקה? האם היא מדע בזכות עצמה, או שפתם של כל המדעים? מהם מושאי המחקר שלה? המספר? הצורה? ההגיון? כיצד נדע לזהות תבנית מתמטית, ומדוע מתקיימות תיאוריות מתמטיות לעד?

ויש עוד שאלות. האם נשפטת מתמטיקה טובה בעיקר בכך שהיא שימושית, או אולי בכך שהיא נאה? האם מגלה המתמטיקאי את עולם המתמטיקה, או שמא הוא ממציא אותו?

ומי הם המתמטיקאים? כיצד הם רואים את עצמם? באילו כלים הם משתמשים? כיצד מצליחות האינטואיציה והשפה הפורמלית לשתף פעולה למען מטרה משותפת?

ולבסוף, איזה תפקיד ממלאת המתמטיקה בחברה? כיצד היא התפתחה במהלך ההיסטוריה? כיצד הִפרו תרבויות שונות זו את חשיבתה המתמטית של זו?

בתערוכה זאת לא תקבלו תשובות מוחלטות לכל השאלות. תשובות מוחלטות כאלה אולי אינן קיימות כלל. אך היא תחשוף בפניכם את העושר שבמתמטיקה. תפגשו במתמטיקה שעוד לא ראיתם. תיתקלו במושגים וברעיונות חדשים, ואולי יידרש זמן עד שאלה יבשילו. תפגשו גם בצידה המשעשע של המתמטיקה וגם בחידות שיציבו בפניכם אתגרים. אם אתם סקרנים, מובטחת לכם הנאה. ואם לא, סקרנותכם בוודאי תתעורר.

המספר

"המספרים הם השפה האוניברסלית היחידה" (נתנאל וסט)

איננו יודעים מתי החל האדם הפרה־היסטורי להשתמש במספרים הטבעיים (...3,2,1) לספירה. אין ספק שהייתה זו פריצת דרך מנטאלית עצומה ומקרה ראשון של **הפשטה מתמטית**: המושג "שלוש" הוא ההפשטה המשותפת ל־3 כבשים, 3 תפוחים וכו'.

לצד השימוש בהם כמספרים מונים, המספרים הטבעיים יכולים לשמש גם כסודרים (ראשון, שני, שלישי...). אם מכניסים לשימוש יחידות תקניות, אפשר להשתמש בהם גם ל**מדידות** (למשל במדידת זמן: שנה אחת, שתי שנים, שלוש שנים...). אי אפשר להפריז בחשיבותה של תגלית זו לתרבות העתיקה, למשל בפיתוחן של מערכות ההשקיה במצרים ובארם נהריים (מסופוטמיה).

היחסים בין מדידות מאותו סוג הם חסרי יחידות (מספרים טהורים) והם מתארים **פרופורציות**. לדוגמה, היחס בין שנת השמש לחודש הירחי הוא בקירוב 12:1, ואין הוא תלוי בכך אם מודדים את הזמן בימים, בדקות או בשניות. בכל מהלך ההיסטוריה ייחסו לפרופורציות מסוימות ערכים אסתטיים באסטרונומיה, באדריכלות ובאמנות.

סימונים שונים למספרים התפתחו בתרבויות שונות, אך אנו חבים לתרבות ההינדו ולערבים את הכנסתה לשימוש של **השיטה העשרונית**, ואת האפס. השיטה הבינארית, הממלאת תפקיד יסודי כל כך במדע המחשב, מנצלת אותו רעיון בסיסי כמו השיטה העשרונית, אלא שכאן הבסיס הוא 2 ולא 10.

המספרים הם אבני בניין בסיסיות של **השפה המתמטית**. ככאלה הם משמשים בכל המדעים ובחיי יומיום. טווח רחב של **סדרי גודל** נדרש לתיאורו של היקום. אולם המתמטיקה עצמה מנסה לומר משהו נשגב יותר על מושג המספר ועל היחסים שמתקיימים בין המספרים. שתי פעולות החשבון היסודיות, חיבור וכפל, מגלות מבנים פשוטים למדי בנפרד, אולם צירופן מוביל לתגליות מתמטיות עמוקות וחושף בעיות שטרם נפתרו.

שברים ומספרים ממשיים (המספרים שאנו משייכים לנקודות שעל ציר המספרים) נכנסו לתמונה רק בשלב מאוחר הרבה יותר. עד מהרה התבררה חיוניותם במקומות שבהם נדרש תיאור של **תלות פונקציונלית** בין שני גדלים או יותר, תלות שבמקרים רבים נהוג לייצג באמצעות גרף. ללא ניתוח של תלות פונקציונלית, שום מדע מן המדעים המדויקים, מפיזיקה ועד לכלכלה, לא היה יכול להתקדם מעבר לתיאורים איכותיים פשוטים.

גם בכך לא מסתיים סיפורם של המספרים. **המספרים המדומים והמרוכבים**, כפי שתוארו בידי המתמטיקאי הגרמני הדגול ק"פ גאוס, הם כיום כבר בני למעלה מ־200 שנה. **האינסוף** המסתורי הובן כהלכה רק בראשית המאה ה־20, בעבודתו של גיאורג קנטור, שהראה כי ייתכנו גדלים, או עוצמות, שונים לאינסוף. מספרים אינפיניטסימליים (קטנים לאינסוף), המהתלים באינטואיציה הפשוטה, הם בין הצעירים שבמשפחת המספרים שתוארו לפני חמישים שנה בלבד על ידי אברהם רובינזון. המתמטיקאי בן ימינו מכיר סוגים נוספים רבים של מספרים. רק פילוסוף יוכל, אולי, להחליט מדוע אחדים מהם בעלי משמעות לעולמנו הטבעי יותר מאחרים. מבחינת החשיבה הטהורה דומה שכולם בעלי זכויות שוות.

האם אתם מרובעים

פרופורציות בגוף האדם

עומדים לפני התמונה של ליאונרדו דה וינצי — האדם הויטרובי, ומודדים את הגובה בעזרת המטר האנכי.

פורשים את הידים לצדדים ומודדים את מוטת הזרועות (מקצה יד ימין עד קצה יד שמאל) בעזרת המטר האופקי.

מכניסים את ערכי הגובה ומוטת הזרועות למחשב באמצעות פסי הגלילה.

על מסך המחשב מוצגים:

הגובה ומוטת הזרועות של המבקר, וכן היחס שבין מוטת הזרועות לגובה.

- היחס הוא "מספר טהור" ולכן חסר יחידות.

היסטוגרמה (דיאגרמת עמודות) של גבהים, היסטוגרמה של מוטות זרועות, והיסטוגרמה של יחסי מוטת הזרועות לגובה של מבקרים קודמים. הקבוצה שעליה אתם נמנים מודגשת.

- גובהה של כל עמודה בדיאגרמה תואם את מספר המבקרים שגובהם, מוטת הזרועות שלהם או היחס מוטת זרועות\גובה נמצא בטווח ערכים מסוים.

ככל שגדל מספר המבקרים, צורת ההיסטוגרמה משתנה פחות ופחות.

למרות שהגובה ומוטת הזרועות שלנו מתפלגים על פני טווח ערכים רחב למדי (בין השאר בהתאם לגיל), היחס ביניהם קרוב מאוד ל־1. זו עובדה מהחיים, לא משפט מתמטי.

הרישום שעל הלוח הוא של ליאונרדו דה וינצ׳י (מבוסס על ספרו של האדריכל הרומי ויטרוביוס) ומתאר דמות "קלאסית" שיחס מוטת הזרועות לגובהה הוא 1.

זרעים של אמת

חזקות 2 וצמיחה מעריכית

שימו לב לשיעור הגידול במספרם של גרגרי התבואה בעמודה של כל משבצת בשני הלוחות. התבוננו במשבצות הנבחרות כדי לגלות מהי כמות התבואה שתועמס עליהן.

הלוח **"המעריכי"** מתחיל בגרגר אחד והמספר גדל פי 2 במעבר ממשבצת אחת לבאה אחריה.

הלוח **"הלינארי"** מתחיל ב־100 גרגרים ומספרם גדל ב־100 בכל צעד.

למרות המספר הקטן יותר של גרגרים שבו מתחיל הלוח המעריכי מזה של הלוח הלינארי, בסופו של דבר הוא משיג אותו וגדל בקצב מהיר בהרבה.

ידועה האגדה על מלך פרס שרצה לתגמל את ממציא משחק השחמט. כשנשאל מה הוא מבקש, הצביע האיש אל לוח השחמט. הוא ביקש שישלמו לו במהלך 64 ימים באופן הבא. ביום הראשון יניחו גרגר תבואה אחד על המשבצת הראשונה של הלוח. ביום השני יניחו שני גרגרים על המשבצת השניה; ביום השלישי 4 גרגרים, וכך הלאה, בכל יום כפליים מהמספר שקיבל ביום הקודם. אף שבתחילה נדמה היה שבקשתו צנועה ביותר, אילו הסכים המלך לעסקה, ביום האחרון היה עליו לתת

9,223,372,036,854,775,808 גרגרים, הרבה יותר מכלל יבול התבואה השנתי של הממלכה.

במדעי המחשב מודדים סיבוכיות של משימה נתונה במונחים של הזמן הנדרש לביצועה (ביחס למספר הסיביות של הקלט). התלות של משך הביצוע בגודל הקלט עשויה להיות לינארית (וכללית יותר, פולינומית) או מעריכית. משמעותה של תלות לינארית (או פולינומית) היא שמשך הביצוע גדל ביחס ישר לגודל הקלט (או לחזקה קבועה שלו). במקרה זה אומרים שהמשימה מתבצעת בזמן לינארי (פולינומי). משמעותה של תלות מעריכית היא שכל תוספת של סיבית לקלט מכפילה את משך הביצוע בגודל קבוע, לדוגמה, פי 2. אומרים שהמשימה מתבצעת בזמן מעריכי. כמודגם במוצג זה, צמיחה מעריכית משיגה בשלב זה או אחר את הצמיחה הפולינומית. אלגוריתמים של זמן פולינומי הם, לכן, יעילים יותר מאלגוריתמים של זמן מעריכי, מפני שעבור קלטים גדולים הם מהירים בהרבה. כך למשל, אין אלגוריתם (ניסוח של תהליך) מוּכָּר לפירוק מספר שלם לגורמיו הראשוניים בזמן פולינומי. שיטות הצפנה מסוימות מסתמכות על ההנחה (שלא הוכחה) שלא ניתן לבצע פירוק לגורמים בזמן פולינומי.

גדול וקטן

חזקות 10

האם מסוגלים אנו "לחוש" מהו גדול מאוד ומהו קטן מאוד?

הסרטון במוצג זה מעביר את הצופה מהתמקדות על היקום כולו ועד לעצמים הזעירים ביותר שבו. באפשרותכם לעצור את הסרטון ולהריץ אותו קדימה או אחורה, מהר או לאט יותר.

כולנו מסוגלים לדמיין לעצמנו את ההבדל בין 10 ל־100. אך האם יכולים אנו "לחוש" את ההבדל בין 1,000,000 לבין 10,000,000? האם מסוגלים אנו "לקלוט" דברים שאורכם 0.000001 ס"מ? בכמה גדול מרחק השמש מכדור הארץ ממרחקו של הירח? האם יכולים אנו לאמוד את מספר התאים שיש לנו בקצה האצבע?

סדר גודל הוא מושג המסייע לנו לארגן מספרים גדולים או קטנים. קילומטר אחד הוא 100,000 ס"מ, שניתן לכתוב גם בצורה 10^5 ס"מ, לכן קילומטר גדול מסנטימטר ב־5 סדרי גודל. בסנטימטר יש 10^8 = 100,000,000 אנגסטרום, לכן אנגסטרום אחד קטן ב־8 סדרי גודל מסנטימטר אחד.

אם נדמיין יחסים בין גדלים, הדבר יסייע לנו לפתח אינטואיציה לגבי סדרי גודל. לדוגמה, אם נכווץ את הגלקסיה שלנו (שביל החלב) לממדיה של השמש, השמש עצמה תתכווץ לגודלו של גרגיר חול!

מדענים משתמשים ביחידות מתאימות כדי להימנע מן הצורך לטפל במספרים ארוכים בעלי אפסים רבים. יחידות אנגסטרום מתאימות למדידת גודלו של אטום, ואילו שנות אור (שנת אור היא המרחק שהאור עובר בשנה אחת, בקירוב 9.46×10^{15} מטרים) מתאימות למדידת מרחקים אסטרונומיים.

שימו לב לדרך!

תלות פונקציונלית

מסיעים את המכונית לאורך הדרך תוך כדי התבוננות בגרף המשורטט על הצג.

מסיעים מהר או לאט יותר. מאיצים. מאיטים. עוצרים. נחים. נעים לאחור. נעים במהירות קבועה. ומתבוננים בגרף.

הציר האופקי (ציר X) מייצג את הזמן ו**הציר האנכי** (ציר Y) מייצג את המקום.

הגרף עצמו מייצג את תלות המקום בזמן.

עליית הסמן תואמת תנועה של המכונית קדימה. ירידה של הסמן תואמת את תנועתה אחורה.

שיפוע הגרף בכל נקודה מייצג את המהירות. ככל שהמהירות גבוהה יותר הגרף תלול יותר. גרף שטוח (שיפוע אפס) משמעותו שאתם נייחים.

כיצד תוכלו לומר מתוך הגרף האם אתם מאיצים או מאטים?

תיאור העולם באופן מתמטי מסתמך על מושג התלות הפונקציונלית. הטמפרטורה במעלה ההר היא פונקציה של הגובה, ממש כשם שהמרחק שעברתם בנסיעה מירושלים לתל־אביב הוא פונקציה של הזמן. משמעות הדבר היא שאנו יכולים לחשב את הטמפרטורה על ההר אם נדע את הגובה; או את אורך הדרך שעברנו מירושלים אם נדע את הזמן. מובן שהרים באזורי אקלים שונים, נסיעות שונות מירושלים לתל־אביב יתוארו על ידי פונקציות שונות.

בדרך כלל מתארים תלות פונקציונלית כזאת באמצעות גרף במישור. לאורך הציר האופקי (ציר X) מייצגים את "המשתנה הלא תלוי" (כך במילוני האקדמיה החדשים, יכין) (הגובה, או הזמן) ולאורך הציר האנכי (ציר Y) את הגודל שאותו הוא קובע (הטמפרטורה, הדרך). לכל ערך של גובה או זמן (המיוצג על ידי המרחק מן הציר האנכי ימינה), מראה הגרף את הטמפרטורה או הדרך (על ידי המרחק מהציר האופקי כלפי מעלה).

פונקציה עשויה להיות ניסיונית – מבוססת על תצפיות; או עיונית (תיאורטית) – נתונה באמצעות נוסחה המתקבלת ממודל או מתיאוריה, או שבונים את העקום ההולם ביותר את התוצאות הניסיוניות. עימות העקומות, הניסיונית והעיונית הוא המבחן של התיאוריה.

דגם ומבנה

"למתמטיקה מכוערת אין מקום בר־קיימא בעולם"

(ג"ה הארדי)

עבור מתמטיקאים רבים יופיה של המתמטיקה הוא הראשון בחשיבותו, יותר משימושיותה. את המתמטיקה הם מגדירים כחיפוש אחר מבנה והרמוניה, לא רק בטבע עצמו, אלא גם בחוקי הטבע ובלוגיקה השלטת בהם. אין זה מפתיע לכן שדגמים תופסים מקום כה מרכזי במתמטיקה.

סימטריה היא אחד הביטויים המוכרים למבנה. גופנו הוא סימטרי, עובדה שיכולה להסביר מדוע אנו מייחסים ערך אסתטי לסימטריה. בדרך להגדרה מדויקת של הסימטריה טמון אתגר לא מבוטל. אך זה אתגר ששכרו בצידו שכן, מרגע שהלבשנו את המושג בלבוש פורמלי, אנו מגלים שניתן **לסווג** את הסימטריות (סיבובים, שיקופים, העתקות...), שאנו יכולים להרכיבן, ושניתן לנצלן כדי להבחין בין צורות שונות. מלבד תפקידה הברור באמנות ובאדריכלות, להבנת הסימטריה יש תפקיד בסיסי בענפים רבים של הפיזיקה והכימיה כמו קריסטלוגרפיה (חקר הגבישים). עד לפני 50 שנה סברו שכל חוקי היסוד של הפיזיקה סימטריים במרחב (ובזמן). התגלית שברמת חלקיקי היסוד של החומר יש חוקים שאינם כאלה (במובן מסוים הם מעדיפים שמאליות!) הייתה

הפתעה גדולה ועוררה תהיות פילוסופיות חדשות על היקום שבו אנו חיים.

דגמים המורכבים מאריחים – כדוגמת אריחי אמבטיה או חלת דבש, מהווים דגמים דו־ממדיים של גבישים. בדרך כלל אנו סבורים שהריצוף הוא מחזורי – דגם אחד החוזר על עצמו במרחב לאחר העתקה. הייתה זו הפתעה כשהתברר שלא בהכרח זה המצב. **ריצוף פנרוז** הוא דוגמה של ריצוף לא־מחזורי תוך שימוש בשני סוגי אריחים בלבד. הוא קשור לתגלית חשובה אחרת בפיזיקה, **קוואזי גבישים**: חומרים הדומים לגבישים, אך מאפשרים סימטריות סיבוב האסורות בגבישים שהם מחזוריים באמת.

מהי הדרך החסכנית ביותר לארוז דיסקות זהות במישור, ללא חפיפה? לאחר מספר ניסיונות נהמר בוודאי כולנו על הדגם המשושה (הקסגונלי), דגם חלת הדבש. ההוכחה שזו האריזה הצפופה ביותר איננה קלה כלל. מעניין כיצד ידעו זאת הדבורים! הבעיה המקבילה בשלושה ממדים – מהי הדרך הטובה ביותר **לארוז** תפוזים בתיבה – ידועה בשם בעיית קפלר, ונותרה פתוחה מאות שנים. פתרון מסובך בסיוע מחשב פורסם בשנת 1998.

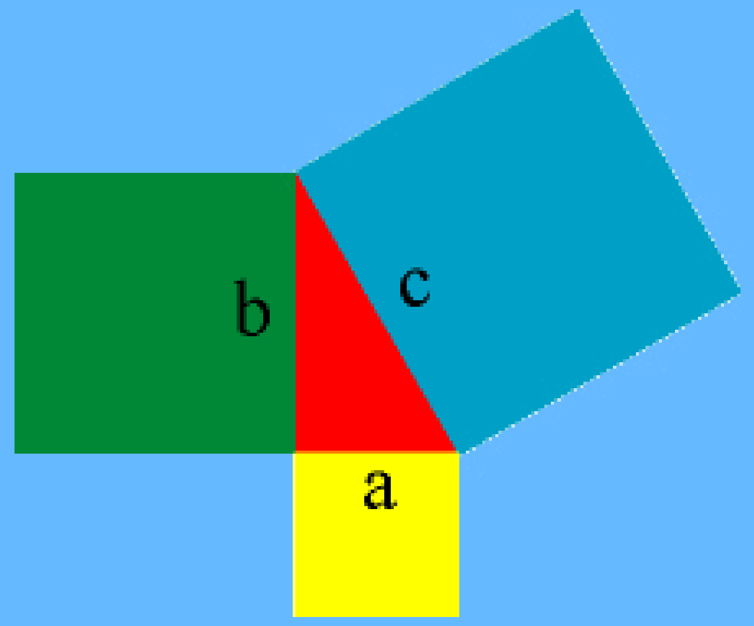
תורת ההסתברות והסטטיסטיקה מנסות לגלות דגמים ומבנה ב**אקראיות**. כשחוזרים פעמים רבות על ניסוי שתוצאותיו אקראיות במידה מסוימת, התוצאות מתפלגות מסביב לערך הממוצע בצורת פעמון המכונה התפלגות גאוס. לא ניתן לחזות מראש תוצאה בודדת, אך ניתן להמר בבטחה על ההתנהגות הממוצעת, והתחזית משתפרת והולכת ככל שמרבים לחזור על הניסוי. זו תופעה מתמטית, לא פיזיקלית, ואותם חוקי הסתברות שולטים בדוגמאות רחוקות זו מזו כמו **לוח גלטון** (המוצג באולם זה), תרמודינמיקה או גנטיקה.

גם מערכת פיסיקלית המתנהגת בהתאם לחוקים ידועים ומוגדרים עשויה להפגין התנהגות אקראית מיוחדת שנקראת התנהגות **כאוטית**. מערכת מוגדרת ככאוטית אם שינוי זעיר בתנאי ההתחלה גורם, כעבור זמן, לשינוי גדול בהתנהגות. המטוטלת הכאוטית היא דוגמה כזאת. חוקרי אקלים מדברים על "אפקט הפרפר": שינוי זעום בתנאי ההתחלה עשוי, בסופו של דבר, לקבוע את מהלכו של הוריקן. אין כל אפשרות לנבא את התנהגות המערכת באמצעות פתרון המשוואות המתארות אותה. אפשר עם זאת לנתח את התנהגותה בשיטות סטטיסטיות. שימושי תורת ההסתברות הגיעו היום אפילו לבורסה!

משפט פיתאגורס

הדגמה מול הוכחה

סכום השטחים של שני הריבועים הבנויים על הניצבים במשולש ישר זווית שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.



מסובבים באיטיות את הדיסקה ב־180 מעלות וממתינים עד לסיום זרימת המים משני הריבועים הקטנים יותר לריבוע הבנוי על היתר או להיפך.

על השולחן שלפני הלוח ישנו גם תצרף המורכב משלושה חלקים בעלי יתדות.

מסדרים את שלושת החלקים באופן שיהוו את שני הריבועים הבנויים על ניצבי המשולש ישר הזווית.

ניתן לסדר אותם מחדש באופן שיהוו את הריבוע הבנוי על היתר.

במרכז השולחן נמצאות פיסות עץ בצורות שונות. מצדן האחד מצוי משולש קבוע, ומהצד האחר מאזניים. משווים את המשקלים של 2 משולשים קטנים עם המשולש הגדול. חוזרים על ההשוואה גם בחלקים המחומשים, המשושים והכוכבים.

המים ממלאים בדיוק את הריבוע הבנוי על הצלע הארוכה (היתר) של המשולש ישר הזווית, או את שני הריבועים שעל הצלעות הקצרות (הניצבים). זוהי הדגמה של המשפט.

משחק התצרף גם הוא מדגים את משפט פיתאגורס. מכיוון שאנו יכולים לפרק את שני הריבועים הקטנים לחלקים לא־חופפים ולצרפם מחדש באופן שיכסו את הריבוע הגדול, הרי שסכום שטחי הריבועים הקטנים שווה לשטח הריבוע הגדול.

משפט פיתאגורס יהיה תקף גם אם נחליף את הריבועים בכל צורה אחרת ובלבד שהיחסים בין הממדים הלינאריים של שלושת החלקים ישנו לאלה שבין שלוש צלעות המשולש.

לרבים מאתנו, משפט פיתאגורס הוא העובדה הראשונה שאינה מובנת מאליה שאנו נתקלים בה בגיאומטריה. הפנל המסתובב הוא הדגמה של המשפט, אך אין הוא הוכחה שלו. למען הדיוק, הוא מדגים אותו רק לגבי הממדים המסוימים שנבחרו בדגם, ובגבולות הדיוק של העין האנושית. מדוע הוא אמור להיות נכון גם בממדים אחרים? מהו ההסבר שעומד ביסודו?

משחק התצרף, לעומת זאת, הוא הבסיס להוכחה מתמטית. אפשר להראות בטיעונים הגיוניים כי הוא יפעל תמיד.

הוכחת משפט במתמטיקה היא אוניברסאלית: ניתן לישם אותה לכל דוגמה שתעלה בדעתנו. היא גם נצחית: אם היא נכונה שום ניסוי בעתיד לא יצליח לערער אותה. ומעל לכל, היא מספקת הסברים, בכך היא מאפשרת למתמטיקאי להציע ניבויים חדשים ולפתח את האינטואיציה לגבי מה שניתן לצפות לו.

כדי להפוך את משחק התצרף להוכחה מתמטית יש להסביר מדוע חיתוך וסידור מחדש של החלקים, כפי שעשינו, יתנו תמיד את הריבוע שצלעו שווה ליתר. יש לבדוק את הדברים הבאים: (1) צלעות הצורה לאחר הסידור מחדש שוות כולן ליתר, (2) הזוויות הן ישרות, וכן (3) אין חפיפה ואין חללים בסידור מחדש.

סימנו אורכים וזוויות בצבעים שונים כדי לסייע לכם לבדוק את הטיעונים. עם זאת, שימו לב לכך שהם אוניברסאליים: בשום שלב אינכם משתמשים בממדים המסוימים של הדוגמה.

איך שגלגל מתגלגל

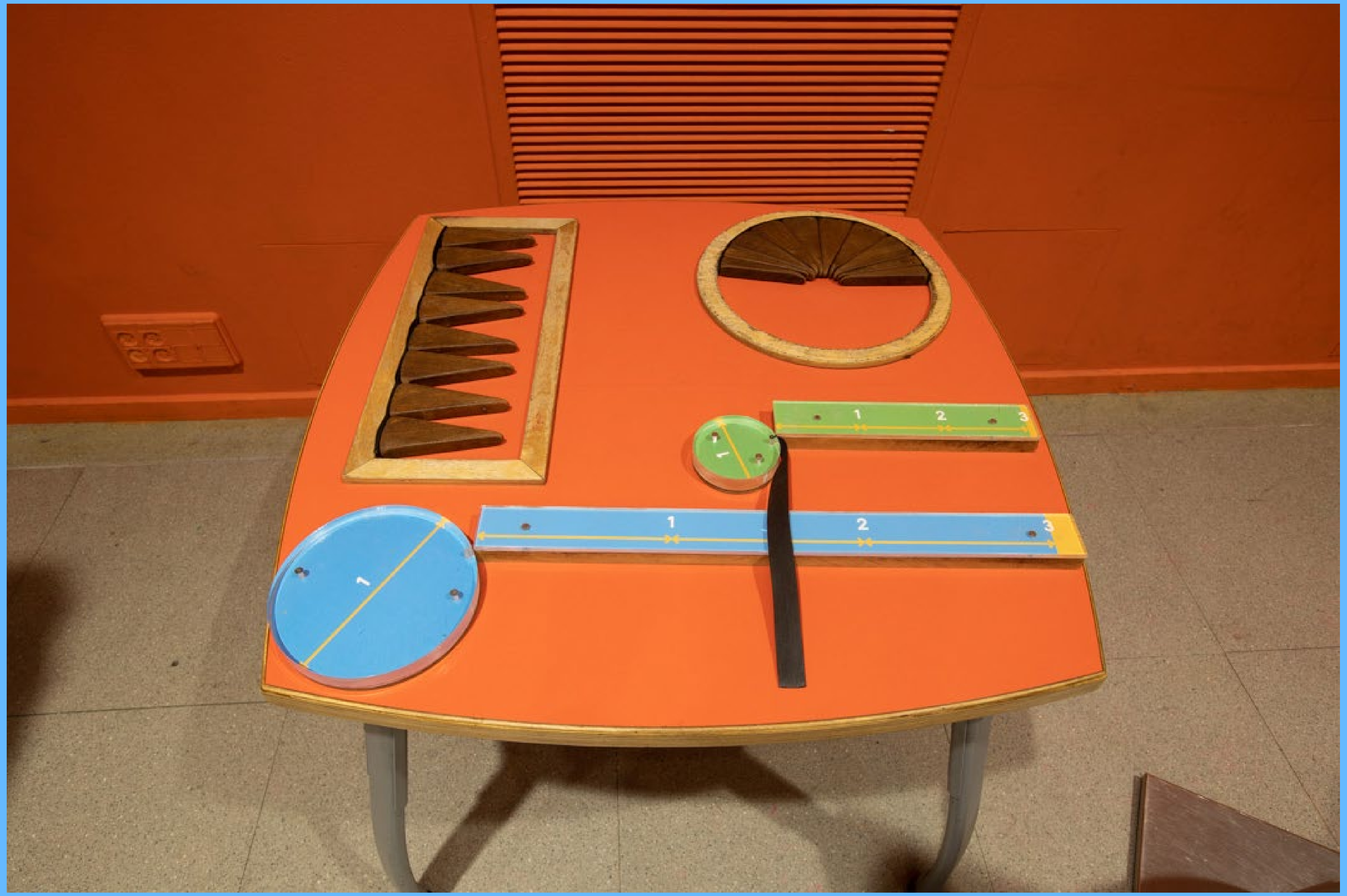
פַּי והמעגל

מושכים את הסרט המקיף כל אחת מהדיסקות ומודדים את אורכו. קוטר הדיסקה מסומן על הסרגל: 1 יח׳.

היקפו של כל מעגל שווה ל־3.14 פעמים קוטרו.

היחס שבין ההיקף של מעגל לקוטרו אינו תלוי בגודלו. מספר אוניברסאלי זה נקרא פַּי וערכו שווה ל־....3.141592. נהוג לסמנו באות היוונית **π**.

פַּי הוא דוגמה למספר אירציונָלי – מספר שאי־אפשר לבטאו כמנה של שני מספרים שלמים. כבר היוונים הקדמונים גילו את דבר קיומם של מספרים אירציונליים, אולם העובדה שפַּי הוא אירציונלי הוכחה רק מאוחר הרבה יותר.



ריבוע העיגול

שטח הדיסקה

- הדיסקה חתוכה ל"משולשי פיצה" השזורים לשתי מחרוזות של משולשים עקומים. ניתן להפריד ביניהם ולצרף אותם מחדש באופן שיצרו מלבן עקום.
- רוחבו של המלבן העקום שנוצר מפרוסות הפיצה הוא רדיוס העיגול. אורכו הוא מחצית ההיקף של העיגול. שטחו שווה לשטח הדיסקה.

שטח הדיסקה ושטח המלבן שווים הואיל ורוחב המלבן הוא רדיוס העיגול ואורכו הוא מחצית היקף העיגול, הרי זו הדגמה של המשפט הקובע כי שטח העיגול הוא:

(היקף העיגול) × (רדיוס העיגול) × ½

שימו לב לכך שככל שפרוסות הפיצה דקות יותר כך מתקרב המלבן העקום למלבן ישר, שבו מוצדק להשתמש בנוסחה:

שטח = אורך × רוחב.

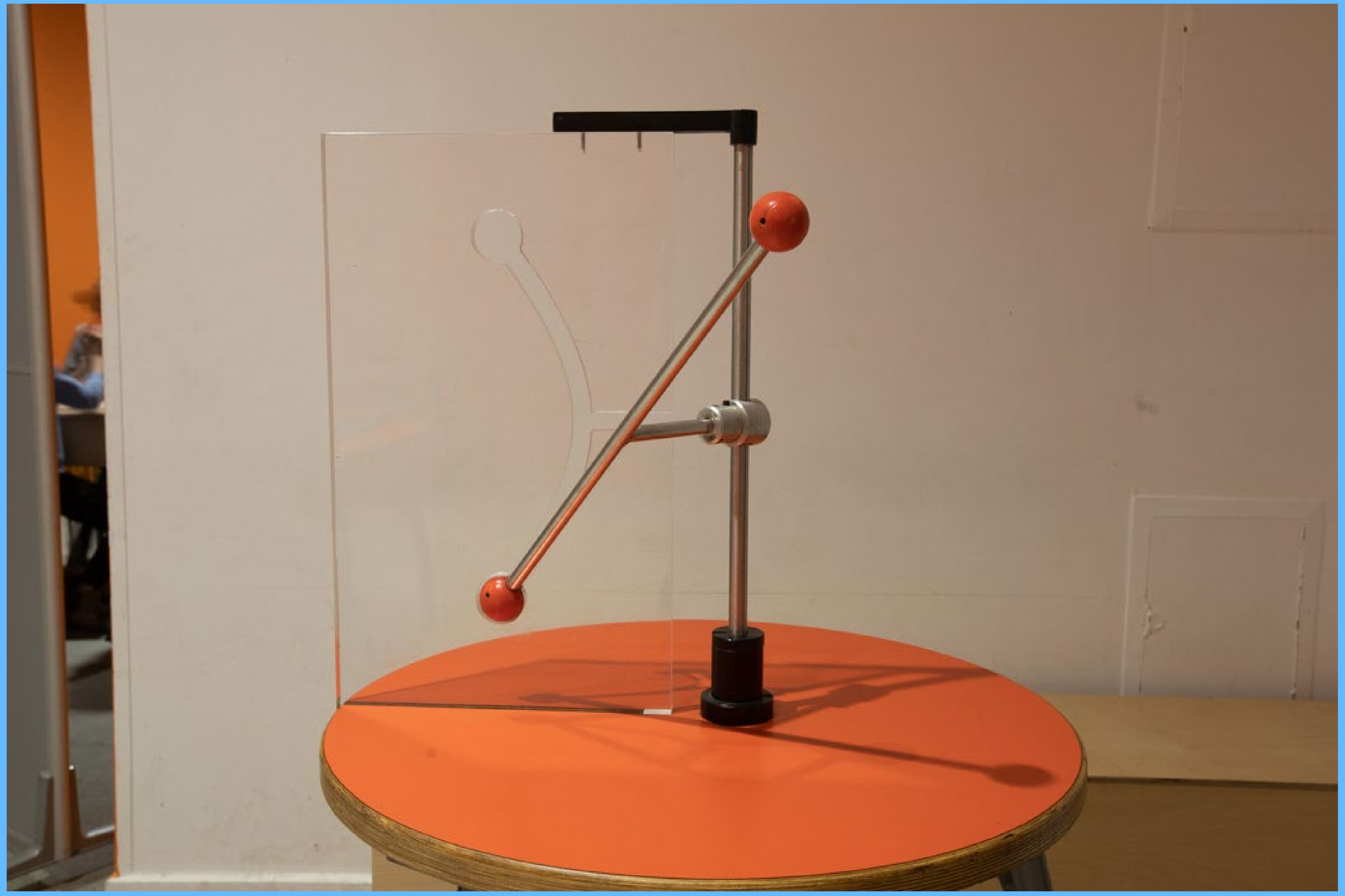
הפתעה גיאומטרית

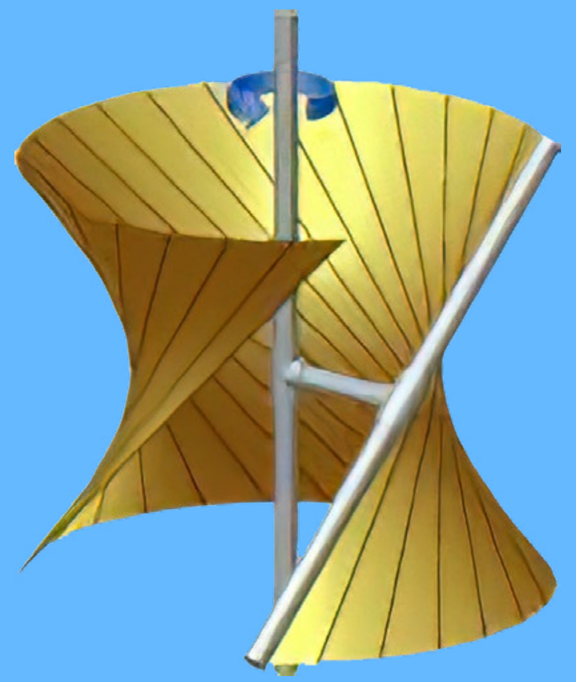
החריץ ההיפרבולי

אין כאן הולכת שולל.

מסובבים את המוט האנכי בגבולות האפשר.

ניתן ליצור משטחים עקומים מסוימים מקווים ישרים. קשה לדמיין זאת אך הדבר נכון.





- תארו לעצמכם את המשטח שיפרוש המוט האלכסוני בשעה שיסתובב מסביב למוט הסיבוב האנכי.

כל נקודה על המוט מתווה מעגל אופקי במרחב. אולם המעגלים שמתווה חלקו האמצעי של המוט קטנים יותר מאלו שמתווים חלקיו החיצוניים. כל המעגלים הללו יוצרים יחד מעין "גליל" אנכי צר־מותניים.

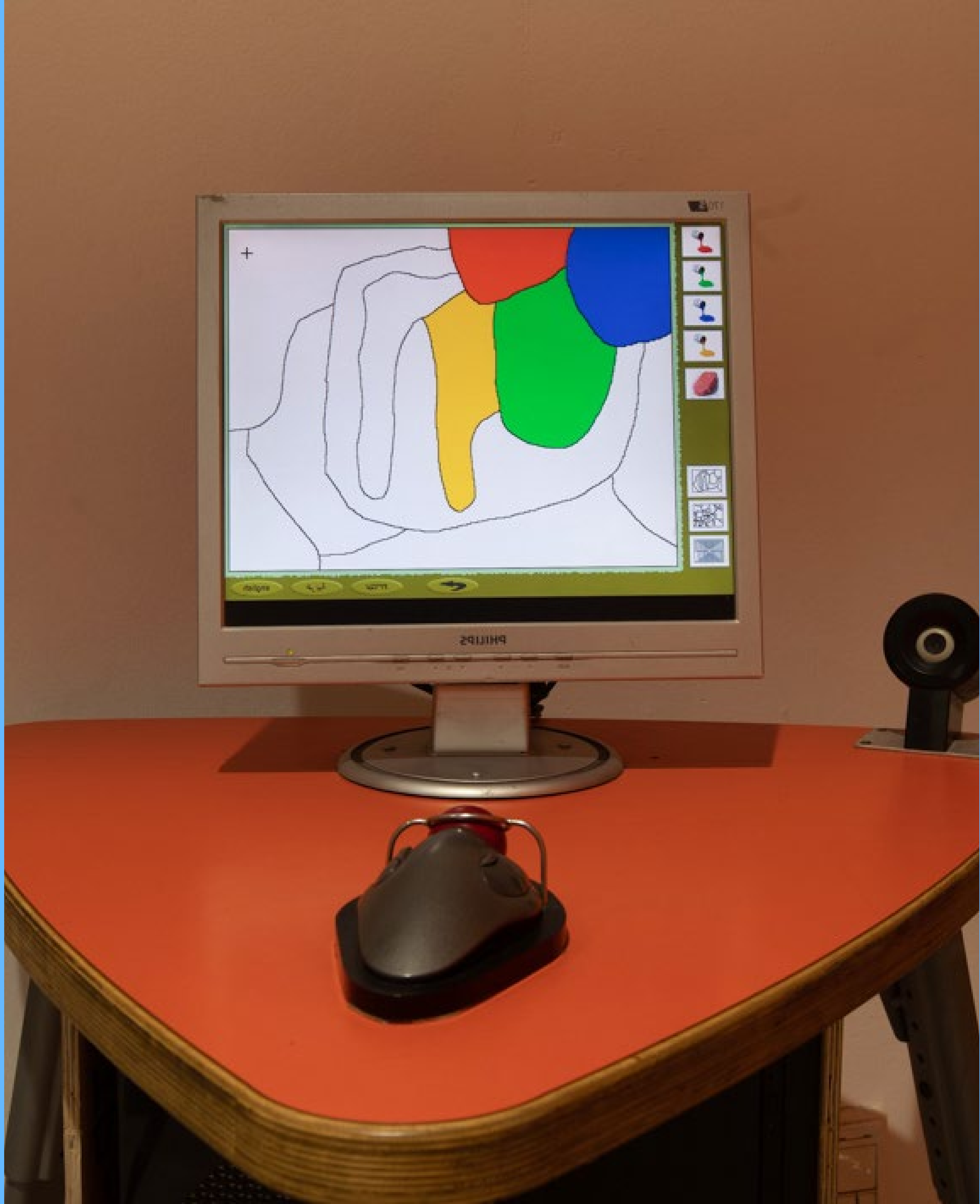
- מישור אנכי העובר דרך ציר הסיבוב, חותך את "הגליל" הזה בעקומה הנקראת היפרבולה, וה"גליל" עצמו נקרא היפרבולואיד.
- הסדק שלנו הוא חלק של היפרבולואיד כזה.

חישוב

”מטרתם של חישובים היא לספק תובנה,
לא מספרים” (ר״ו המינג)

בראשית המאה ה־20 התחולל **משבר** במתמטיקה. בשלהי המאה ה־19 התברר שהיעדר דיוק בתחומים הקלאסיים: האנליזה, האלגברה והגיאומטריה, האט את התקדמות המתמטיקה. בחינה מחודשת של תוצאות ישנות תוך עמידה על הגדרות מדויקות והוכחות קפדניות, סייעה בסילוקן של אי־הבנות ובגיבוש רעיונות היסוד. במוקדם או במאוחר היה על יסודות המתמטיקה עצמם לעמוד בבדיקה דומה. פֶּאָנוֹ ודדקינד טיפלו במושג **המספר**, קנטור חקר את **האינסוף**, והילברט ביסס את גישתו של אויקלידס ל**גיאומטריה**. אולם כשניגש הפילוסוף ראסל לטפל ברעיון **הקבוצה** ובלוגיקה המתמטית, דומה היה שנתקל בפרדוקסים בלתי פתירים. ניסיון כביר של ראסל ווייטהד להניח מחדש את היסודות במפעל שכונה — **PRINCIPIA MATHEMATICA** (עקרונות המתמטיקה) — לא הושלם מעולם.

מתוך המבוכה נולדו תחומים החדשים: ”לוגיקה מתמטית” ו”תורת הקבוצות האקסיומטית”. מתמטיקאים מצאו דרך לעקוף את הפרדוקס של ראסל, אך נאלצו להשלים עם אמיתות מרות אחדות הנוגעות



לתקופות הטיעון המתמטי. גדל זעזע את העולם כשהראה שלא כל טענה אמיתית ניתנת להוכחה, וכי אין זה אפשרי לאמת את עקביותה של המתמטיקה במסגרתה היא.

מחקרים בלוגיקה המתמטית הביאו אנשים כדוגמת טיורינג לשאול מהי **הוכחה** ומהו **אלגוריתם**, ומאוחר יותר לחקור מה שמכונה **סיבוכיות אלגוריתמית**: כמה קשה למכונה לבצע משימה נתונה. בכל התקופות הומצאו בתרבויות רבות מכשירי חישוב שונים ומגוונים. אך התקדמות הטכנולוגיה יחד עם תובנות חדשות אלה במתמטיקה, סללו את הדרך למהפכה החשובה ביותר של עשרות השנים האחרונות, המחשב. יחד עם מדע המחשב הופיעו תחומים מתמטיים נוספים: **תורת המידע** וה**קריפטוגרפיה** (תורת ההצפנה) כתחומי מחקר המתפתחים במהירות. גם המלחמות, בדרכן המוזרה, תרמו לעיצובן של התפתחויות אלה, כמו למשל בסיפור ה"אֶניגמה" המובא בתערוכה.

מלבד על הלוגיקה, מדע המחשב מתבסס במידה רבה על התחום המוכר בשם **מתמטיקה בדידה**, ובעיקר על הקומבינטוריקה ותורת הגרפים (המונח גרף כאן אינו קשור לשימוש הנפוץ יותר במילה כגרף של פונקציה. פואנקרה אמר פעם, בבדיחות, שהמתמטיקה היא האמנות של קריאת שני דברים שונים באותו שם...). קומבינטוריקה פירושה "ספירת כל הצירופים". את הבעיות בקומבינטוריקה קל לנסח אך מסובך לפתור, ותכופות הן קשורות לבעיות בתורת המספרים, בהסתברות ובתחומים נוספים. את הולדת **תורת הגרפים** קושרים במתמטיקאי אוילר, שדן בבעיה של מציאת מסלול בעירו קניגסברג שיעביר אותו פעם אחת בדיוק על כל אחד משבעת הגשרים שמעל הנהר. בטיעון מבריק הוכיח אוילר שמסלול כזה אינו אפשרי, ויצר ענף במתמטיקה שכיום מיושם בתחומים רבים, מתכנון רשתות ועד כלכלה. **בעיית ארבעת הצבעים** – האם ניתן לצבוע כל מפה באמצעות ארבעה צבעים בלבד באופן שלא יהיו בה שתי ארצות שכנות צבועות באותו צבע – גם היא בעיה בתורת הגרפים, ונחשבה לאחת הבעיות הקשות ביותר במתמטיקה. פתרונה חולל מהפכה: לראשונה נעשה חלק גדול של ההוכחה באמצעות מחשב, שאמנם תוכנת בידי אדם, אך בסופו של דבר פעל באופן עצמאי. האם זו ראשיתה של מגמה חדשה? איזה ערך יש להוכחה שנכונותה נבחנה במחשב, אך איש אינו מבין אותה?

מגדלי האנוי

אלגוריתם מהו?

יש לסדר את הטבעות כמגדל על אחד המוטות, הגדולה ביותר תחתונה, הקטנה ביותר עליונה.

האתגר הוא להעביר את המגדל ממוט אחד למוט אחר.

הכללים הם שמותר להעביר רק טבעת אחת בכל פעם, מכל מוט לכל אחד מהשניים האחרים, אך אסור להניח טבעת גדולה על גבי טבעת קטנה ממנה.

כדאי להתחיל במשחק בן 3 הטבעות, אחר כך לנסות ב־7 טבעות.

ניסוי וטעיה עשויים להצליח בשלוש טבעות, אך עליכם להיות שיטתיים כשמנסים בשבע. ואכן, יש שיטה לפתרון החידה בכל מספר של טבעות. אם הצלחתם, כל הכבוד!

פתרון בעיה כדוגמת מגדלי האנוי מחייבת סדרה מסוימת של צעדים בזה אחר זה. סדרת ההוראות לביצוע צעדים כאלה נקראת אלגוריתם (ראו הלוח על אל חווריזמי). בבית הספר אנו לומדים אלגוריתמים לחיבור ולכפל, ומרשם לעוגת שוקולד מספר בישול גם הוא דוגמה לאלגוריתם.

ניתן ליישם אלגוריתמים באמצעות מכונות, ומדע המחשב מבוסס על חקר אלגוריתמים.

אלגוריתמים צריכים להיות נכונים, אך גם יעילים. יעילות האלגוריתם נמדדת במונחי אורך, או מספר הצעדים.

רמז: נניח שכל הטבעות נמצאות בתחילה על המוט A, ואתם יודעים לפתור את הבעיה במספר קטן יותר של טבעות. התעלמו מהטבעת הגדולה ביותר, ונצלו את הידע שברשותכם להעברת כל שאר הטבעות למוט B, אחר־כך העבירו את הטבעת הגדולה ביותר למוט C, עתה נצלו שנית את הידע שלכם להעברת הערימה מ־B ל־C.

ישנם אלגוריתמים לפתרון חידת 3 הטבעות ב־7 צעדים וחידת 7 הטבעות ב־127 צעדים, ואפשר להראות כי אלה האלגוריתמים הטובים ביותר האפשריים. כל פתרון יחייב לפחות מספר זה של צעדים.

הגשרים של קניגסברג

לידתה של תורת הגרפים

האם אפשר לעבור על כולם, אך רק פעם אחת על כל אחד מהם?

שבעה גשרים קבועים מחברים בין שתי גדות הנהר ושני האיים. התחילו בנקודה כלשהי על היבשה, ותכננו מסלול שיעבור על כל הגשרים מבלי לעבור על שום גשר פעמיים.

תוך כדי "הליכה" יש להניח את החבל בעדינות על גבי הגשרים בהתאם למסלול, כדי להקל לזכור אותו.

אם לא מצליחים, אפשר לנסות להוסיף גשר שמיני במקום כלשהו. האם אז הבעייה פשוטה יותר?

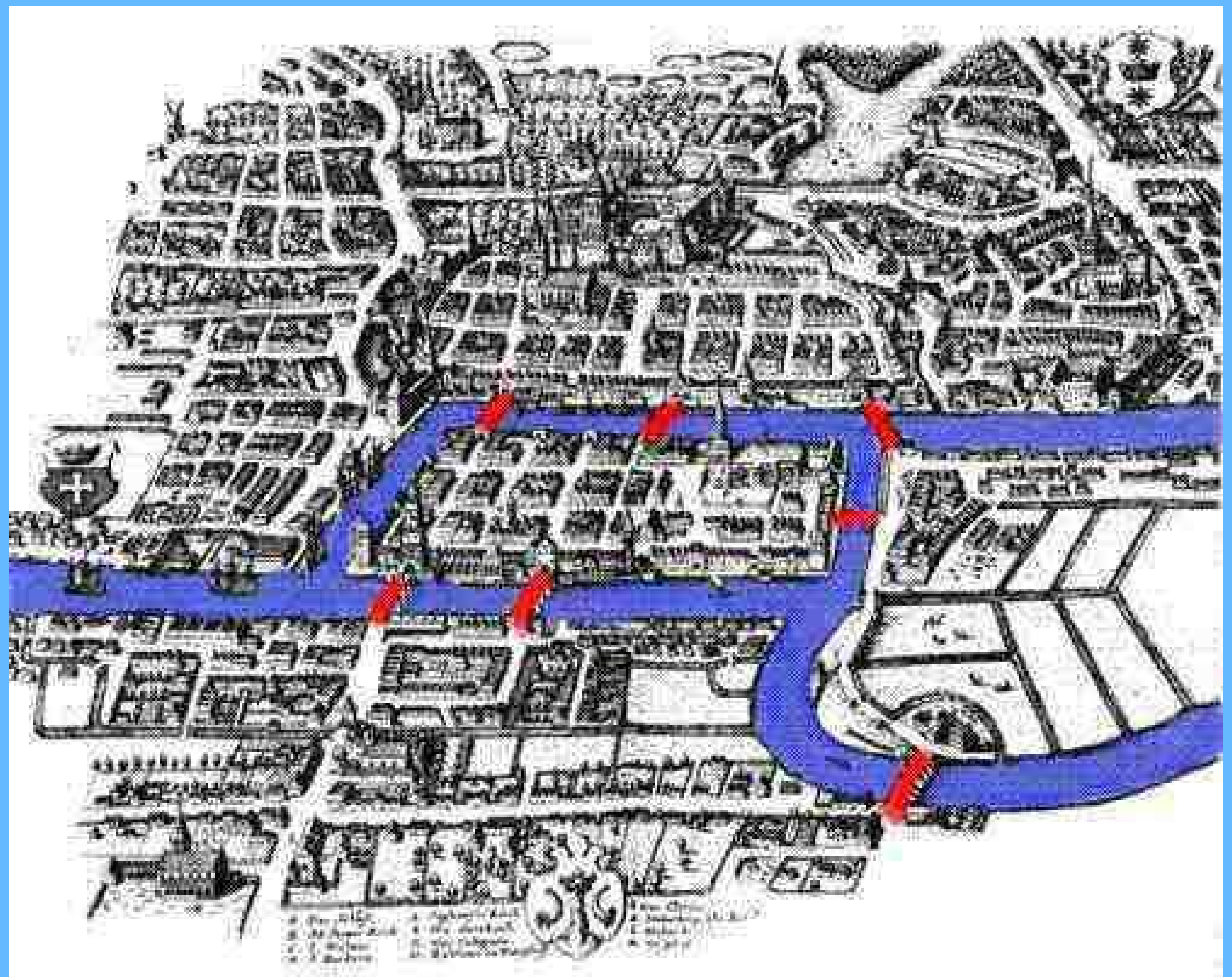
אם אינכם מצליחים לפתור בשבעה גשרים, אין זו אשמתכם: זו משימה בלתי אפשרית! אך בהוספת הגשר הנוסף היא הופכת אפשרית.

במאה ה־18 הציב לעצמו המתמטיקאי הדגול אוילר את הבעיה בעיר קניגסברג על שבעת גשריה האמיתיים. כשהתעייף מללכת, החליט אוילר לנתח את הבעיה באופן מתמטי. הוא הוכיח שבמקרה זה אין לבעיה פתרון, ויסד תחום חשוב במתמטיקה – תורת הגרפים. תורת הגרפים המודרנית היא כלי רב עוצמה למיצוי מאפיינים משותפים של בעיות שלכאורה אינן קשורות זו לזו, מתכנון מערכות לאספקת מים ועד רשתות מחשבים.

טיעונו של אוילר היה כך: כל אחת מ־4 חלקות הקרקע (שתי גדות הנהר ושני האיים) מקושרת ליתר באמצעות מספר אי־זוגי של גשרים. ישנה לכל היותר חלקה אחת שבה אתם מתחילים וחלקה אחרת שבה אתם מסיימים (לדוגמה, שתי גדות הנהר). משמעות הדבר היא שבכל פעם שאתם נכנסים לאחת משתי החלקות הנותרות (בדוגמה, שני האיים) עליכם גם לצאת ממנה, ובכך אתם "שורפים" שני גשרים. הואיל וחלקה זו מקושרת במספר אי־זוגי של גשרים לא תוכלו לעבור על כולם.

אילו התירו לכם להציב גשר נוסף, היכן הייתם מציבים אותו כך שאוילר יוכל לערוך את הטיול תוך כדי חציית כל גשר בדיוק פעם אחת?

מפת העיר קניגסברג



צורה

"במקום שיש חומר שם יש גיאומטריה" (יוהאנס קפלר)

הגיאומטריה (מילולית: "מדידת הארץ") היתה בלתי תלויה במושג המספר ביוון הקדומה, והיוונים לא ייחסו מספרים לאורך ולשטח. משפט פיתאגורס המפורסם היה אמירה בדבר האפשרות לפרק את שני הריבועים הבנויים על ניצבי משולש ישר זווית ולהרכיב מחדש את החלקים תוך יצירת ריבוע הבנוי על היתר. לא הייתה זו אמירה על מספרים. יתר־על־כן, הפיתגוראים (בסביבות 600 לפנה"ס) השתמשו במונח "מספרים" לציין מה שאנו מכנים כיום "מספרים רציונליים" – שברים המבטאים את היחס בין שני מספרים שלמים, והיה ידוע להם שלא ניתן לשייך מספר כזה ליחס שבין אלכסון של ריבוע לצלעו. מאוחר יותר הגיעו גיאומטריקנים בעולם העתיק להישגים מפליאים. לדוגמה, מדידת קוטר כדור הארץ שערך אֶרָתוֹסְטֶנֶס (230 לפנה"ס), או הנחת היסודות האקסיומטיים לגיאומטריה בידי אויקלידס.

כיום ה**גיאומטריה** היא ענף המתמטיקה העוסק במבנים הקשיחים של צורות – במרחקים, בזוויות ובעקמומיות (מידת העיקום). אחותה התאומה היא ה**טופולוגיה** – העוסקת בתכונות של צורות הנשמרות גם תחת מתיחות וכיפופים, כאילו היו הצורות עשויות גומי. העיגול

והאליפסה שונים זה מזה גיאומטרית, אך שווים טופולוגית. שניהם, כמו גם הפרבולה וההיפרבולה, הם עקומות המתקבלות בעת שמישור חותך **חרוט** בזוויות שונות. בביבר הצורות שוררים מבנה וסדר. תפקידו של הגיאומטריקן הוא לגלותם.

לגיאומטריה יישומים בכל אשר תפנו. הכרתם של קווים **גיאוֹדֶזיים** — המסלולים הקצרים ביותר בין נקודות על משטח — חיונית לתכנון נתיבי תעופה. **משטחים בעלי שטח מינימלי** התחומים על ידי עקומה נתונה חשובים להבנת מגוון של תופעות, לא רק בועות סבון. הבנת התצורות של **זרוע רובוטית** פשוטה גם היא בעיה גיאומטרית בעלת השלכות מובנות מאליהן בהנדסה.

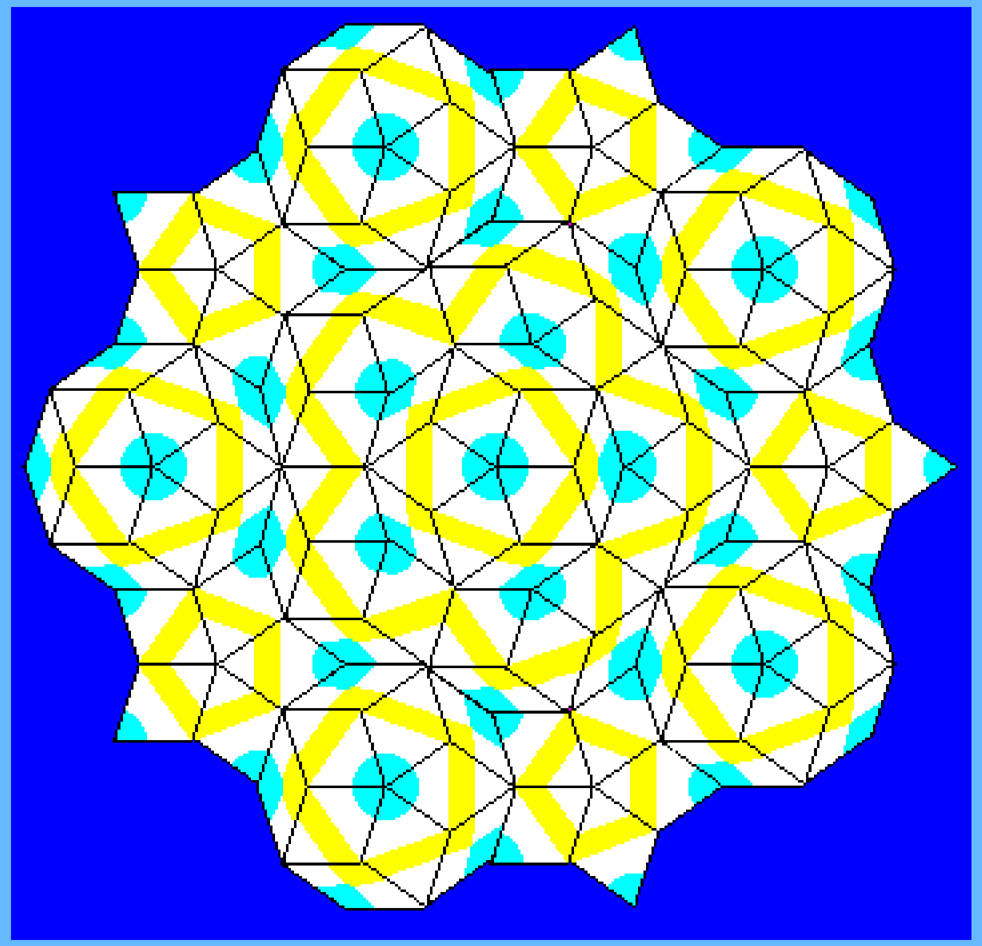
הן הגיאומטריה והן הטופולוגיה נשענות על **האינטואיציה** שלנו, הניזונה מן המרחב התלת־ממדי כפי שהוא נתפס בחושינו. אולם תכופות האינטואיציה הזאת מטעה. האם ניתן להרכיב משטח עקום מקווים ישרים בלבד? כמה צדדים יש ל**רצועת מביוס**, וכמה חלקים נקבל אם נחתוך אותה באמצע?

בממדים גבוהים יותר עלינו למתוח את הדמיון אף מעבר לכך. **תורת היחסות הפרטית** של איינשטיין צירפה את הזמן למרחב, ויצרה **מרחב־זמן** ארבעה ממדי. תורת היחסות הכללית מפרשת את המסה כעקמומיות, ובכך נותנת פירוש גיאומטרי לכוח הכובד. תגלית מפתיעה שנעשתה זה לא מכבר היא שאחדות מן הבעיות הפתוחות בטופולוגיה הופכות פשוטות יותר כשמגדילים את מספר הממדים. דומה שמספר הממדים המסובך ביותר הוא שלושה — האם זה מקרה?

תחום צעיר יחסית ומרתק של הטופולוגיה הוא **תורת הקשרים**, שהבעיה היסודית שלה היא ההבחנה בין סוגים שונים של לולאות קשרים. מי היה מעלה בדעתו שענף חדיש ועיוני ביותר זה של המתמטיקה ימצא עד מהרה את יישומו ברפואה — בזיהויים של נגיפים ובמלחמה בהם?

היש כאן תבנית?

ריצוף לא־מחזורי (ריצוף פֶּנרוֹז)



יש לצרף אריחים לדגם הקיים.
שימו לב שישנם שני סוגי אריחים.
יש להניח באופן שסימוני הצבע
שעליהם יתאימו. אם "נתקעתם",
שנו את הדגם.

תוכלו לגלות שאין אפשרות לבנות
דגם החוזר לעצמו לאחר הזחה.
עם זאת, רוג'ר פנרוז הוכיח שניתן
להמשיך את הריצוף הזה ללא
גבול, ולכסות כך את כל המישור.

המתמטיקאים הופתעו לגלות שקיימים ריצופים לא־מחזוריים – כאלה שלא ייראו זהים לאחר הזחה. ריצוף פנרוז – שאותו אנו מדגימים על שולחן זה – מנצל שני סוגים שונים בלבד של אריחים.

לריצוף פנרוז יש סימטריית סיבוב מחומשת (פנטגונלית). סימטריה כזאת אינה קיימת בריצוף מחזורי. מערך האטומים בגביש הוא דוגמה לריצוף מחזורי, לכן האמינו שלא תיתכן סימטריית סיבוב מחומשת בגבישים.

המדען הישראלי, פרופ׳ דן שכטמן ואחרים גילו חומרים בעלי סימטריות מוזרות אלה וכינו אותם קווזי־גבישים. פרופ׳ שכטמן גילה את הריצוף הלא־מחזורי והסביר כיצד הדבר אפשרי, וזכה בפרס נובל על תגלית זו.

קח צ'אנס (קח סיכון)

התפלגות גאוסית

לכל כדור יש ראש משלו...

מטים את השולחן לצד אחד. שימו לב להתחלקות הכדורים בעמודות ולמיקומו של הכדור האדום. השוו למתרחש אם תטו את השולחן בכיוון ההפוך.

שימו לב לכך שבדרך כלל הכדור האדום יגיע למקום שונה בכל הטיה של השולחן, אך צורת הפעמון של התפלגות הכדורים תמיד חוזרת על עצמה.

מן ההתפלגות הזאת אפשר להסיק מהו הסיכוי, או ההסתברות, לכך שכל כדור יגיע לעמודה מסוימת.

ההתנהגות "האקראית" של הכדור האדום מראה שרק את ההסתברויות אנו יכולים לנבא, לא את מסלולו של כל כדור מסוים.

כשחוזרים פעמים רבות על אותו ניסוי ומודדים את התוצאה, המדידה תיתן לרוב תוצאה שונה במקצת בכל פעם, בגלל גורמים שונים שאינם בשליטה. אולם, תוצאות של מדידות רבות מתנהגות באופן סטטיסטי מסוים שניתן לחשב ולחזות מראש.

במאה ה־19 גילה גאוס כי כשעורכים את הניסוי מספר רב של פעמים, התפלגות התוצאות מסביב לערך הממוצע מקבלת את צורת הפעמון האופיינית.

אף שגובהו ורוחבו של הפעמון תלויים בקני המידה, כל הניסויים נותנים, ביסודו של דבר, אותה "התפלגות גאוסית" אם חוזרים עליהם פעמים רבות. זו עובדה מתמטית, לא פיזיקלית, ואין לה כל קשר למהותו של הניסוי.

מטוטלת כאוטית

תנועה כאוטית לא־סדירה

האם ניתן לגרום למטוטלת לחזור על אותו מסלול פעמיים?

ככל שתתאמצו לדייק לא תוכלו לגרום לה לעבור אותו מסלול פעמיים!

מערכות פיזיקליות כמו המטוטלת הן דטרמיניסטיות. משוואות מסוימות מכתיבות את התנהגותן, ופתרון המשוואות האלה, בתנאי התחלה נתונים, שווה תמיד.

מטוטלת פשוטה מדגימה עיקרון זה. אם נרים אותה בזווית מסוימת ונשחרר, היא תמיד תנוע באותו מסלול. למעשה, תנועת המטוטלת כה סדירה שעד לא מכבר התבססו עליהן בבניית שעונים.

לפני מספר עשרות שנים יצרו מטאורולוגים מערכת משוואות לתיאור התנהגותה של אטמוספירת כדור הארץ, ככלי עזר לחיזוי מזג האוויר. להפתעתם גילו כי גם אם התחילו שוב ושוב לכאורה מאותה נקודה, המשוואות הפיקו תחזיות שבסופו של דבר התרחקו מאוד זו מזו. התברר שהמשוואות תיארו מערכת "כאוטית" – כזו שהבדלים זעירים בתנאי ההתחלה גרמו בסופו של דבר להתנהגויות שונות בתכלית. עקרונית, פרפר המרפרף בכנפיו ביפן עשוי לגרום, בסופו של דבר, לשינויים במהלכו של הוריקן בים הקריבי. מאז הפכה המתמטיקה המרתקת של הכאוס לתחום מחקר מרכזי.

מטוטלת של צורות הרמוניות

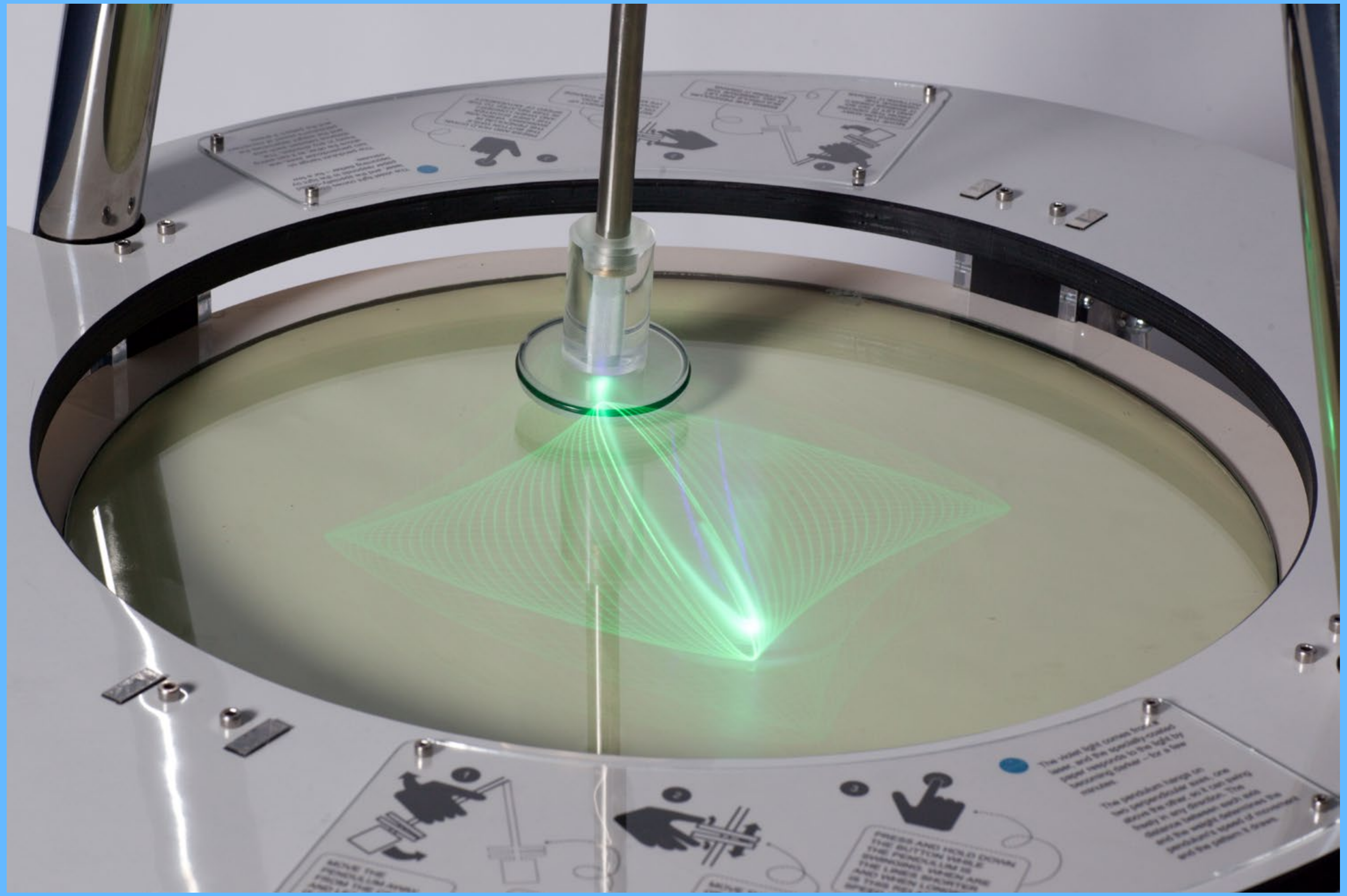
מקו ישר למעגל ובחזרה.

לוחצים על הכפתור להדלקת האור המצייר, מטים את המטוטלת הצידה – משחררים ורואים את הצורות שהיא מציירת.

צורות אלו נקראות צורות ליסז'ו (ע"ש הפיסיקאי הצרפתי מהמאה ה־19 גול אנטואן ליסז'ו שפיתח את המתקן הראשון המציג אותן).

הצורות נוצרות משילוב שתי תנועות מחזוריות (הרמוניות) שעושה המטוטלת. תנועה בכיוון ציר X ותנועה ניצבת בכיוון ציר Y.

קצב תנודת המטוטלת תלוי במרחק שלה מהציר אליה היא מחוברת. אך למטוטלת זו שני צירים הנמצאים במרחקים שונים ולכן קצבי התנודות בכיוון X ובכיוון Y שונים במקצת ויוצרים את הצורות שרואים. קימות דרכים נוספות לצייר צורות אלו החל מסימולציות מחשב ועד הסחת קרני לייזר בעזרת מראות וניתן למצוא אותן במחקר, בהדגמות מדעיות ואף ביצירות אמנות.



הצד האנושי

פיתגוראס

כל הדברים הם מספרים והיקום כולו הוא קנה מידה.

פילוסוף הנחשב למתמטיקאי הטהור הראשון. פיתגוראס הושפע עמוקות מכוהני דת מצרים. הוא יסד כת מיסטית סודית – המתמטיקואי – שחיו חיי שיתוף צמחוניים. הם ייחסו אישיות לכל מספר – זכרית או נקבית, מושלמת או בלתי מושלמת, יפה או מכוערת. בין שלל תגליותיהם באריתמטיקה, גיאומטריה ואסטרונומיה, היו עובדת קיומם של מספרים אירציונליים ומשפט פיתאגורס. הם היו הראשונים שהוכיחו שכוכב השחר נוגה הוא גם כוכב הערב נוגה.

ארכימדס

תנו לי מנוף ארוך דיו, ותנו לי נקודת משען להניח אותו, ואזיז את העולם.

אולי גדול המתמטיקאים של העולם העתיק. מסופר כי בשעה שגילה את חוק הציפה, קפץ ערום מן האמבט וצעק ברחובות "אֶאוּרֶקָה" (מצאתי). כתב יד נדיר שהתגלה במנזר בירושלים כולל מכתב מארכימדס לארתוסתנס שבו הוא מסביר את שיטתו לחישוב נפחים. בכך הקדים את החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי ב־2000 שנה כמעט.

בקשתו האחרונה, לפני מותו בידי חייל רומאי, הייתה שייתן לו לסיים חישוב שאותו בדיוק ערך בחול.

אל־חווארידזמי

איזהו הריבוע שבצרוף עשר פעמים השורש שלו ייתן סכום כולל של 39?

אל־חווארידזמי היה מלומד ב"בית החוכמה" שהקים הכליף אל מאמון בבגדד. הוא תרגם את כתבי היוונים, והיה מחברו של חיבור חשוב על משוואות, חיסאב אל־ג'באר ואל־מוקבלה שבו מופיעה לראשונה המילה "אלגברה". בספרו המפורסם האחר, על אומנות החישוב של ההינדים, אל־חווארידזמי הפיץ את השיטה העשרונית ואת שיטות האריתמטיקה הבסיסיות. מקורה של המילה "אלגוריתם" הוא בסירוס שמו.

עומר כיאם

... במדע האלגברה נתקלים בבעיות התלויות בסוגים מסוימים של משפטים מקדמיים מסובכים ביותר...

הוא ידוע יותר בזכות כ־600 שירים שחיבר, הרובעיאת (מרובעים), אך בראש ובראשונה היה כיאם מתמטיקאי ואסטרונום שפעל בתנאים קשים באימפריה הסלג'וקית. הוא חישב את אורך שנת השמש בדיוק של שניות בודדות והציג תיאוריה כללית למשוואות מן המעלה השלישית.

טענתו שמשוואות כאלה אינן ניתנות לפתרון בשיטות גיאומטריות בעזרת סרגל ומחוגה בלבד הוכחה רק במאה ה־19 בידי אָבֶּל וגָלוּאָה.

פיבונאצ'י (ליאונרדו מפיזה)

אדם שם זוג ארנבים במקום המוקף חומה מכל צדדיו. לכמה ארנבים יתרבה זוג זה במהלך שנה, אם מניחים שבכל חודש כל זוג ארנבים מביא לעולם זוג חדש, אשר מתחיל להתרבות גם הוא מן החודש השני לחייו?

בעיה מפורסמת זו מספרו ליבר אבאקי (ספר החשבוניות), היא דוגמה בה נוצרת סדרת פיבונאצ'י 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... פיבונאצ'י פעל בפיזה תחת פטרונותו של פרדריק השני (מייסד האוניברסיטה של נאפולי ומלכה הצלבני של ירושלים) והיה זה הוא שהביא להתפשטות האלגברה והשיטה העשרונית באירופה במהלך ימי הביניים. רק כעבור 450 שנה עלה עליו פרמה בתרומותיו לתורת המספרים.

פייר דה פרמה

גיליתי הוכחה מרשימה באמת אך שוליים אלה צרים מלהכילה

פרמה היה עורך דין בעיר טולוז אך עיקר התעניינותו הייתה בתורת המספרים. רבות מתגליותיו העמוקות הוא כתב בשולי עותק לטיני של האריתמטיקה מאת דיופנטוס. המשפט האחרון של פרמה הוא הקביעה שסכום החזקות השלישיות של שני מספרים שלמים חיוביים לא יכול להיות גם הוא חזקה שלישית של מספר שלם, וכך גם לגבי החזקה הרביעית, החמישית וכו'. דורות של מתמטיקאים ניסו להוכיח את המשפט, נסיונות שהובילו להתפתחויות חשובות בתורת המספרים. בסופו של דבר, בשנת 1995 מצא אנדרו ויילס הוכחה מבריקה אף כי ארוכה ומסובכת. כיום משוכנעים שלפרמה עצמו לא הייתה הוכחה תקפה.

אייזק ניוטון

לבאר את הטבע כולו, זו משימה קשה מדי לאדם יחיד... מוטב לעשות מעט ובוודאות, ולהותיר את היתר לאחרים

וכך, במכניקה ניוטון הסביר "רק" את הכבידה ואת תנועת כוכבי הלכת. באופטיקה הוא "רק" גילה את טבעו של האור. במתמטיקה הוא "רק" המציא (במקביל ללייבניץ, שאיתו לא חדל מלריב) את החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי, העוסק בגדלים קטנים לאינסוף, ועליו מבוססים חלקים נרחבים של המתמטיקה המודרנית. לפי מרבית הדיווחים היה ניוטון איש קשה אך גאון שלמד את תורתו לבדו. ספרו הפרינקיפיה מתמטיקה (העקרונות המתמטיים של פילוסופיית הטבע) נחשב לספר המדעי החשוב ביותר שנכתב אי־פעם.

ליאונרד אוילר

עתה אסבול פחות הסחות הדעת (לאחר שאיבד את הראייה בעינו הימנית)

אוילר היה יליד שווייץ שעבר לסנט פטרסבורג (רוסיה) שם הצטרף לכמה מגדולי המדענים של זמנו. אף שהתחייבויותיו כללו מיזמים ממלכתיים הקשורים לבניית ספינות, כרטוגרפיה, ועוד יישומים, תרומותיו העיקריות היו בתורת המספרים, במשוואות דיפרנציאליות ובמכניקה. כתיבתו במתמטיקה היא הפורה ביותר לאדם יחיד בכל הזמנים. הוא תיאר את עצמו כאדם המאושר ביותר בעולם כשהמלך פרדריק הגדול הזמין אותו להיות "פרופסור המלך".

קרל פרידריך גאוס

התוצאות נמצאות בידי מזה זמן רב: אך אינני יודע עדיין כיצד להגיע אליהן

בגיל תשע הפליא גאוס את מוריו כשהצליח לסכם את כל המספרים מ־1 עד 100 כששם לב לעובדה שהסכום שווה ל־50 פעמים 101. מי שכונה "נסיך המתמטיקה" גילה תגליות יסוד בתורת המספרים, בגיאומטריה לא־אויקלידית, בגיאומטריה דיפרנציאלית, באסטרונומיה ובמגנטיות. מלחמה באירופה ומקרי מוות במשפחתו לא מנעו אותו מלהפוך את גטינגן למרכז החשוב ביותר למתמטיקה, עד מלחמת העולם השנייה.

דוד הילברט

אמנות עשיית המתמטיקה נעוצה במציאת אותו מקרה פרטי המכיל את זרעי הכלל כולו

אף שהיה אחד מאחרוני הענקים שפעלו בכל תחום כמעט, מלוגיקה ועד תורת היחסות, הילברט ריכז את מאמציו בכל פעם בתחום אחד. הרצאתו בפני הקונגרס הבינלאומי של המתמטיקאים בפריס ב־1900, שכללה את 23 "הבעיות" המפורסמות שלו, עיצבה את מהלכה של המתמטיקה במאה ה־20. הילברט תרם למגמה מרכזית בהפשטה שבה הוכח כי דוגמאות הנראות רחוקות ביותר זו מזו צייתו לכללים דומים והולידו מבנים חדשים ואף תחומי מחקר חדשים.

אֶמִי נֶתֶר

ככלות הכל סנט האוניברסיטה אינו בית מרחץ!

זאת הייתה תשובתו של הילברט לפרופסורים באוניברסיטת גטינגן שהתנגדו למינויה של אמי נתר למשרת פרופסור מפני שהייתה אישה. היא הייתה בתו של מתמטיקאי שהפכה לאחד האלגבראיסטים המובילים בשנותיה הראשונות של המאה ה־20, תקופה שבה האלגברה הפכה במהירות ליותר מופשטת ויותר גיאומטרית. הילברט שכנע את הסנט בטיעוניו אך מכיוון שהייתה יהודיה, ובעלת השקפות שמאלניות, נאלצה נתר, בסופו של דבר, להימלט מגרמניה לארה"ב.

סריניוווסה ראמנוג'אן

לא — זה דווקא מספר מעניין ביותר; זה המספר הקטן ביותר שניתן לבטאו כסכום של שתי חזקות שלישיות בשני אופנים שונים

ג"ה הארדי מספר שנסע במונית שמספרה 1729. בתגובה להערתו שזה מספר משעמם ביותר, השיב ראמנוג'אן מיד במשפט המצוטט למעלה. כישוריו החישוביים המופלאים של ראמנוג'אן, גאון אוטודידאקט, אפשרו לו לגלות תגליות מדהימות בתורת המספרים, ללא כל רקע פורמאלי. כשהוא סובל מעוני וממחלות הגיע לקיימברידג', אנגליה, שם החל שיתוף פעולה פורה במיוחד בינו לבין הארדי.

ג'ון פון נוימן

במתמטיקה אינך מבין דברים. אתה פשוט מתרגל אליהם

"ג'וני", בכינויו, היה חלוץ בתחומים רבים במתמטיקה. הוא היה ממייסדי תורת המשחקים ומדע המחשב העיוני, ותרם תרומה חשובה למכניקה הסטטיסטית. את חינוכו קיבל בהונגריה ובברלין וב־1930 עבר לפרינסטון בארה"ב שם ערך את מחקריו בשיתוף פעולה עם מהגרים אחרים מאירופה במכון ללימודים מתקדמים. בשנת 1945 תכנן אחד מן המחשבים הראשונים, "מכונת פון־נוימן".

קרדיטים

התערוכה היא פרי שיתוף פעולה בין מתמטיקאים, מעצבים, בונים, אוצרים ואנשי חינוך ישראלים פלסטינים ואיטלקים.

התערוכה פותחה במשותף על ידי שלושה מוזיאוני מדע :

- מוזיאון המדע ע"ש בלומפילד ירושלים
- אוניברסיטת אל־קודס
- מוזיאון המדע בנפולי

בסיוע ובתמיכה של:

- האיחוד האירופי
- מחוז קמפנייה באיטליה
- אונסקו
- הקרן לירושלים
- האוניברסיטה העברית

מוזיאון המדע
ע"ש בלומפילד
ירושלים

متحف العلوم
على اسم بلومفيلد
القدس

Bloomfield
Science Museum
Jerusalem